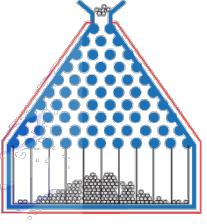
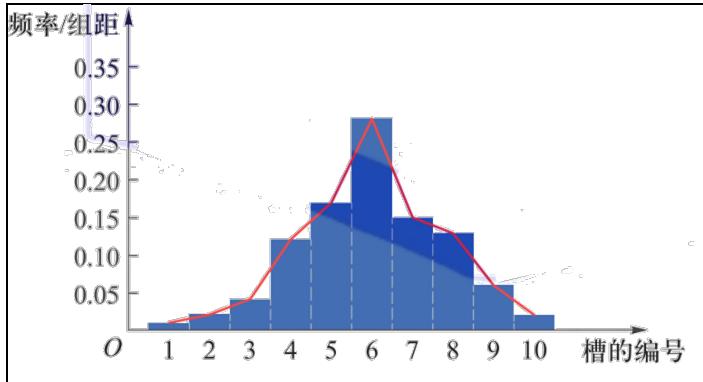
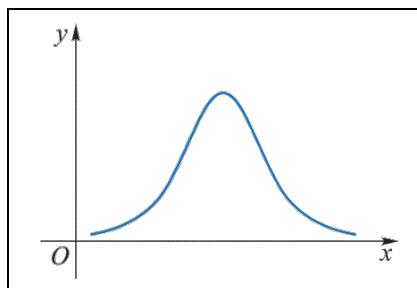
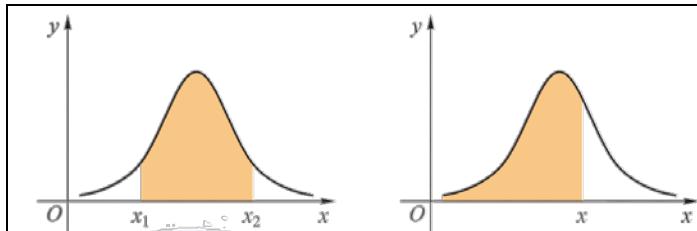


授课 题目	9.2 正态分布	选用教材	高等教育出版社《数学》 (拓展模块一下册)					
授课 时长	2 课时	授课类型	新授课					
教学 提示	本课从高尔顿钉板实验引入, 借助频率分布直方图引出了正态曲线和正态分布的概念. 正态曲线方程是一个非常难的知识点, 课标并没有对此提出要求, 教学中可一带而过.							
教学 目标	了解正态分布的概念与正态曲线; 了解利用标准正态分布表计算服从正态分布的随机变量的概率; 初步了解用正态分布和正态曲线解决实际问题的方法. 培养和提升学生的数学运算、逻辑推理和数学建模等核心素养. 通过学习利用正态分布解决生活中的实际问题, 感受数学来源于生活, 并服务于生活; 通过学习, 逐步提升数学运算、数据分析、逻辑推理和数学建模等核心素养.							
教学 重点	正态分布的概念; 正态分布的概率计算.							
教学 难点	正态分布在实际问题中的简单应用.							
教学 环节	教学内容	教师 活动	学生 活动	设计 意图				
引入	在日常生活和生产实践中, 经常还会遇到这样一类随机变量, 它们受众多的、互不相干的、不分主次的偶然因素共同作用, 其概率分布往往服从或近似服从正态分布.	引发 思考	了解 领会	引出 课题				
情境 导入	<p>如图所示为高尔顿钉板实验的示意图, 每一圆点表示钉在木板上的一颗钉子, 所有相邻钉子之间的距离均相等. 在入口处放入一个直径小于两颗钉子之间距离的小圆球, 在小圆球向下降落的过程中, 碰到钉子后皆以 0.5 的概率向左或向右滚下, 直到最后落入木板下方的空槽内. 试作小球落入空槽内的频率分布直方图.</p> 	提出 问题 引发 思考	观察 思考 讨论 交流	用经 典实 验创 设学 习情 境				
新知 探索	<p>把空槽从左向右分成区间段, 根据实验数据可得如图所示的频率分布直方图.</p>  <p>如果把上述小球落入的区间从左往右编号 1,2,⋯,10, 那么区间的编号 ξ 可以看做离散型随机变量.</p>	讲解 提示 说明	理解 领会 要点	教学 中, 只要 求学 生记 住会 用即 可, 对公 式的 推导 证明 可做 简单				

若将相邻钉子之间的距离逐渐缩小,则上述频率分布直方图中的折线就会逐渐接近下图中的钟形曲线,称为**正态曲线**.相应于上述正态曲线,其随机变量 ξ 的取值范围是一个区间,称这样的随机变量为**连续型随机变量**.



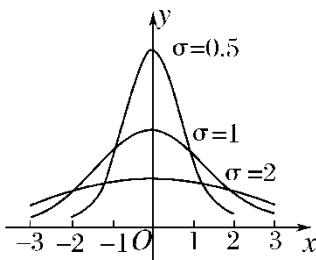
对于上图所示的正态曲线,可以用左图中阴影部分的面积 $F(x_1 < \xi < x_2)$ 表示连续型随机变量 ξ 取值于区间 (x_1, x_2) 的概率,用右图中阴影部分的面积 $F(x)$ 表示连续型随机变量 ξ 取值于区间 $(-\infty, x)$ 的概率,容易看出,对于随机变量 ξ 的每一个值 x 都有唯一的 $F(x)$ 与之相对应,称 $F(x)$ 为连续型随机变量 ξ 的**正态分布**.



研究表明,正态曲线的方程为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

其中 σ 和 μ 是两个参数.习惯上,与正态曲线 $f(x)$ 对应的正态分布记为 $N(\mu, \sigma^2)$.有时,也说随机变量 ξ 服从参数为 σ 和 μ 的正态分布,记作 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$.在生产实践和科学的研究中,经常会遇到类似的随机现象.如,测量的误差、某地区人群的身高、某月的平均气温等.



图中画出的是 $\mu=0$ 时某些正态曲线.

可以看出,正态曲线具有以下基本性质:

- (1) 曲线在 x 轴上方,并且关于直线 $x=\mu$ 对称;
- (2) 曲线在 $x=\mu$ 时处于最高点,呈现“中间高,两边低”的钟形形状;
- (3) 当 μ 确定时,曲线的形状依赖于 σ 的取值. σ 越大,

展示
图形
观察
特征

讲解
理解

提示
说明
领会
要点

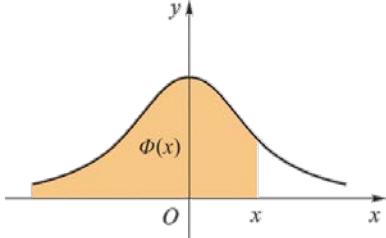
学生
了解
指导
知道
即可

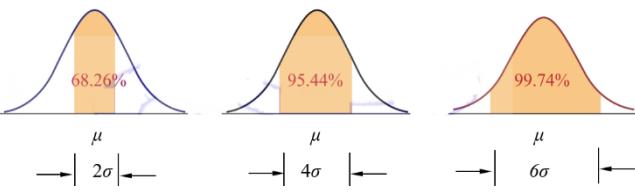
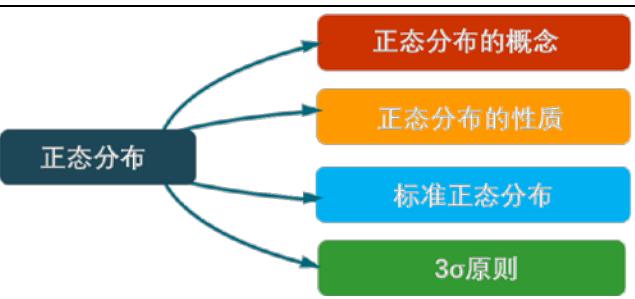
展示
图形
观察
特征

讲解
分析
领会
要点

的解
释说
明,
不进
行深
入研
究

学生
了解
指导
知道
即可

	<p>曲线越“矮胖”，表示总体的分布越分散；σ越小，曲线越“瘦高”，表示总体的分布越集中。</p> <p>参数 $\mu=0$, $\sigma=1$ 的正态分布称为标准正态分布，记作 $N(0,1)$。当随机变量 ξ 服从标准正态分布时，将 ξ 的取值小于 x 的概率记作 $\Phi(x)$，即 $\Phi(x)=P(\xi<x)$，其几何意义是图中的阴影部分的面积。一般地，$\Phi(x)$ 可通过查标准正态分布表(见附录)得到。</p>  <p>可以证明 $\Phi(x)$ 有如下性质：</p> $\Phi(-x)=1-\Phi(x).$ <p>当随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 时，有以下计算公式。</p> $P(\xi \geq a) = 1 - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right),$ $P(\xi < b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right),$ $P(a \leq \xi < b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right).$	展示图形	观察特征	此处要求较低，只作了解要求
典型例题	<p>例 1 若 $\xi \sim N(0,1)$，查表计算：</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) $P(\xi < 2.8)$； (2) $P(\xi \geq 2)$； (3) $P(\xi < -1)$。 <p>解 (1) 查表可知，$P(\xi < 2.8) = \Phi(2.8) = 0.9974$； (2) $P(\xi \geq 2) = 1 - P(\xi < 2) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9972 = 0.0228$； (3) $P(\xi < -1) = \Phi(-1) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$。</p> <p>例 2 若 $\xi \sim N(0, 2^2)$，查表计算：</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) $P(\xi < 3)$； (2) $P(\xi \geq -2)$。 <p>解 (1) $P(\xi < 3) = \Phi\left(\frac{3-1}{2}\right) = \Phi(1) = 0.8413$； (2) $P(\xi \geq -2) = 1 - \Phi\left(\frac{-2-1}{2}\right) = 1 - \Phi(-1.5) = 1 - [1 - \Phi(1.5)] = \Phi(1.5) = 0.9332$。</p>	提问引导	思考分析	例 1 和例 2 直接应用标准正态分布和整体分布知识计算求值解决问题
新知探索	<p>研究表明，服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机变量 ξ 在区间 $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$, $(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$, $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 内取值的概率分别是 0.6826, 0.9544, 0.9974，如图所示。</p>	介绍	领会	简单了解，

	 <p>可以看出,服从正态分布的随机变量 ξ 几乎总是取之于区间 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 之内,而在此区间以外取值的概率只有 0.0026,也就是说 ξ 在此区间以外取值是小概率事件,这种情况在一次试验中是几乎不可能发生的,在实际应用中,通常认为服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机变量 ξ 只取区间 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 内的值,这就是正态分布的 3σ 原则.</p>	展示图形	比较观察	拓宽知识面,对知识形成完整认识
	<p>例 3 在某次数学考试中,考生的成绩 ξ 服从正态分布 $N(120, 100)$.</p> <p>(1)求考生成绩 ξ 位于区间(110, 130)内的概率; (2)若此次考试共有 2000 名考生,试估计成绩在区间(100, 140)内的考生人数.</p> <p>解 根据题意, $\xi \sim N(120, 100)$, $\mu=120$, $\sigma=10$.</p> <p>(1) $P(110 < \xi < 130) = P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6826$, 所以,考生成绩位于区间(110, 130)内的概率是 0.6826;</p> <p>(2) $P(100 < \xi < 140) = P(\mu - 2\sigma < \xi < \mu + 2\sigma) = 0.9544$, 即考生成绩在区间(100, 140)内的概率为 0.9544.</p> <p>于是,成绩在区间(100, 140)内的考生大约有 $2000 \times 0.9544 = 1909$(人).</p>	引领分析	尝试解决	3σ 原则及简单应用
巩固练习	<p>练习 9.2</p> <ol style="list-style-type: none"> 设 $\xi \sim N(1, 9)$, 求 $P(\xi \geq 13)$ 和 $P(\xi < 4)$. 某校高三男生共 1000 人. 他们的身高 X(cm)近似服从正态分布 $N(176, 16)$, 身高在区间(172, 180)内的男生人数大约有多少? 某批灯有 10000 个, 其寿命服从正态分布 $N(1000, 100^2)$ (单位: 小时), 试估计寿命在下列范围内的灯的个数. (1) (900, 1100); (2) (800, 1200). 	提问 巡视 指导	思考 动手求解 交流	及时掌握学生情况 查漏补缺
归纳总结		引导 提问	回忆 反思	培养学生总结学习过程能力
布置作业	<ol style="list-style-type: none"> 书面作业: 完成课后习题和《学习指导与练习》; 查漏补缺: 根据个人情况对课堂学习复习与回顾; 拓展作业: 阅读教材扩展延伸内容. 	说明	记录	继续探究延伸学习