<table>
<tr><td>授课题目</td><td colspan="2">8.2 排列与组合</td><td>选用教材</td><td colspan="3">高等教育出版社《数学》
（拓展模块一下册）</td></tr>
<tr><td>授课时长</td><td colspan="2">4 课时</td><td>授课类型</td><td colspan="3">新授课</td></tr>
<tr><td>教学提示</td><td colspan="6">本课利用多项式乘法法则推导了$(a+b)^2$和$(a+b)^3$的展开式，然后生利用多项式运算法则和计数原理推导出$(a+b)^4$及$(a+b)^n$的展开式，然后将多项式乘积展开的问题转化为一个计数问题，用计数原理的知识去解决多项式乘积展开的问题是跨领域知识的运用，帮助学生转换看问题的角度，建立不同领域知识之间的联系，灵活运用数学知识.然后借助二项式系数的应用问题探究二项式系数的各种性质和一般规律并提出提出了 4 条二项式系数的性质.</td></tr>
<tr><td>教学目标</td><td colspan="6">经历二项式展开式的推导过程，会展开一个二项式，会用二项展开式的通项公式求展开式中的某一项；能通过实例感知二项式系数及其性质，并注意区分二项式系数与项的系数，培养数学运算及逻辑推理的核心素养；通过猜想、证明、归纳，体会化归思想，形成科学严谨的态度，养成认真规范、注重细节的思维习惯.经历合作学习的过程，培养团队协作的意识；通过学习，逐步提升数学运算、逻辑推理和数据分析等核心素养.</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td colspan="6">二项式定理、二项展开式的通项公式及其运用.</td></tr>
<tr><td>教学难点</td><td colspan="6">用多项式运算法则和计数原理推导二项式定理.</td></tr>
<tr><td>教学环节</td><td colspan="3">教学内容</td><td>教师活动</td><td>学生活动</td><td>设计意图</td></tr>
<tr><td>引入</td><td colspan="3">作为计数原理与排列组合的一个应用，二项式定理研究的是$(a+b)^n$的展开式. 本节我们一起来探索二项式定理的推导过程，研究二项展开式的特征，了解二项展开式的通项公式及二项式系数的性质.</td><td>引发思考</td><td>感受体会</td><td>引出课题</td></tr>
<tr><td>情境导入</td><td colspan="3">8.3.1 二项式定理
根据多项式乘法法则，
$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a\times a+a\times b+b\times a+b\times b=a^2+2ab+b^2$.
$(a+b)^3=(a+b)(a+b)(a+b)$
$=a\times a\times a+a\times a\times b+a\times b\times a+a\times b\times b+b\times a\times a+b\times a\times b+b\times b\times a+b\times b\times b$
$=a^3+3a^2b+3b^2a+b^3$.
照这个方法，能否求出$(a+b)^n$的展开式呢？</td><td>提出问题</td><td>讨论交流</td><td>创设问题情境引发思考</td></tr>
<tr><td>新知探索</td><td colspan="3">首先以$(a+b)^4$为例，分析按多项式乘法展开的规律.
$(a+b)^4=(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$.
可以看到，$(a+b)^4$是 4 个$(a+b)$相乘. 根据多项式乘法法则，其结果中的每一项都是由 4 个$(a+b)$中各取一项相乘得到的，均为 4 次式.按所含字母 a 的次数降幂排列为
a^4，a^3b，a^2b^2，ab^3，b^4.
4 个$(a+b)$中都不选 b 的选法有C_4^0种，得到 a^4 的系数为C_4^0种；4 个$(a+b)$中有 1 个选 b，3 个选 a 的选法有C_4^1种,得到 a^3b 的系数为C_4^1；4 个$(a+b)$中有 2 个选 b，2 个选</td><td>讲解

说明强调</td><td>理解

领会要点</td><td>关键是要明确两件事：一是多项式相乘如何转</td></tr>
</table>

	a 的选法有 C_4^2 种，得到 a^2b^2 的系数为 C_4^2；4 个$(a+b)$中有 3 个选 b， 1 个选 a 的选法有 C_4^3 种，得到 ab^3 的系数为 C_4^3；4 个$(a+b)$中都选 b 的选法有 C_4^4 种，得到 b^4 的系数为 C_4^4. 因此 $(a+b)^4= C_4^0a^4+C_4^1a^3b+C_4^2a^2b^2+C_4^3a^1b^3+C_4^4b^4$. 一般地，对于任意实数 a、b 和任意正整数 n，有 $(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+\cdots+C_n^ka^{n-k}b^k+\cdots+C_n^nb^n$. 上述公式称为**二项式定理.** 公式右端称为二项展开式，其中 C_n^k $(k\in\{0,1,2,\ldots,n\})$ 称为**二项式系数**，式中的第 $k+1$ 项 $C_n^ka^{n-k}b^k$ 称为二项展开式的**通项**，记作 T_{k+1}，即 $T_{k+1}=C_n^ka^{n-k}b^k$.	指导计算 讲解分析	尝试解决 领会思考	化为计数问题；二是用组合知识确定展开式每一项的形式和系数
典型例题	**例 1** (1) 写出$(a+b)^7$的展开式； (2) 写出$(1+x)^n$的展开式. **解** (1) 因为 $C_7^0=C_7^7=1$，$C_7^1=C_7^6=7$，$C_7^2=C_7^5=21$，$C_7^3=C_7^4=35$，所以 $(a+b)^7=C_7^0a^7+C_7^1a^6b+C_7^2a^5b^2+C_7^3a^4b^3+C_7^4a^3b^4+C_7^5a^2b^5$ $+C_7^6ab^6+C_7^7b^7$ $=a^7+7a^6b+21a^5b^2+35a^4b^3+35a^3b^4+21a^2b^5$ $+7ab^6+b^7$ (2) 在二项式定理中，令 $a=1$，$b=x$，可得 $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+\cdots+C_n^kx^k+\cdots+C_n^nx^n$ **例 2** (1) 求$(2x-1)^7$的展开式的第 4 项的系数； (2) 求$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^5$的展开式中含 x^3 的二项式系数； **解** (1) $(2x-1)^7$的展开式的第 4 项是 $T_4=T_{3+1}=C_7^3\times(2x)^{7-3}\times(-1)^3$ $=C_7^3\times2^4\times(-1)^3\cdot x^4$ $=35\times(-16)\cdot x^4$ $=-560x^4$. 所以，展开式的第 4 项的系数是−560. (2) $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^5$的展开式的通项是	提问引导 讲解强调 指导学习 提问引导 讲解强调 指导学习	思考分析 解决交流 主动求解 思考分析 解决交流 尝试解决	例 1 第二问考查了二项展开式的特例 例 2 目的在于熟悉二项展开式及其通项公式，培养学生的数学运算核

	$$T_{k+1}=\mathrm{C}_5^k x^{5-k}\left(\frac{1}{x}\right)^k=\mathrm{C}_5^k \cdot x^{5-2k}.$$ 依题意，得 $$5-2=3.$$ 解得 $k=1$. 即二项展开式中含 x3 的项为第 2 项，此项的二项式系数为 $$\mathrm{C}_5^1=5.$$ 温馨提示 一个二项展开式中某一项的系数与这一项的二项式系数是两个不同的概念. 求解二项展开式的某项或某项系数相关问题时，通常先化简通项 T_{r+1} 的表达式，根据题设要求确定 k 的取值，再代人写出该项. **例 3** 求 $\left(\sqrt{x}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的二项展开式的常数项. **解** $\left(\sqrt{x}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的展开式的通项是 $$T_{k+1}=\mathrm{C}_8^k\left(\sqrt{x}\right)^{8-k}\left(-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k=\mathrm{C}_8^k\cdot x^{\frac{8-k}{2}}\cdot(-2)^k\cdot x^{-\frac{k}{2}}$$ $$=\mathrm{C}_8^k\cdot(-2)^k\cdot x^{4-k}.$$ 依题意，得 $$4-k=0.$$ 解得 $k=4$. 所以二项展开式中第 5 项是常数项，为 $$\mathrm{C}_8^4\times(-2)^4=1120.$$ 探究与发现 二项展开式的项数、各项的次数和二项式系数具有怎样的关系？	引导思考 提问引导 讲解强调 指导学习	领会要点 思考分析 解决交流 尝试解决	心素养 例 3 是二项式中的典型问题，要注意符号和系数
巩固练习	**练习 8.3.1** 1. 求下列各式的展开式. (1) $(3a+b)^5$；(2) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^7$. 2. 求 $\left(x-\frac{2}{3}y\right)^6$ 的展开式的第 4 项，并指出这项的二项式系数及系数. 3.求 $\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中含 x^3 的项及常数项.	提问 巡视 指导	思考 动手求解 交流	及时掌握学生情况查漏补缺

<table>
<tr><td>情境创设</td><td>

8.3.2 二项式系数的性质

某代表队参加校内拔河比赛，需要与其他 7 个代表队各赛一场.不难发现，比赛结果可分为 8 类：赢 0 场，赢 1 场，…，赢 7 场.而赢 0 场有 1(记作 C_7^0)种情况，赢 1 场有 C_7^1 种情况 (即在 7 场中赢 1 场)，赢 2 场有 C_7^2 种情况，… 赢 7 场有 C_7^7 种情况. 那么，该班比赛 7 场，比赛结果共有多少种？

</td><td>提出问题</td><td>思考回答</td><td>借助各二项式系数和的应用创设情境</td></tr>
<tr><td>新知探索</td><td>

运用本节学习的二项式系数的性质，能够快速地解决这个问题.

观察表中 n 取不同值时各二项展开式的二项式系数，你能发现什么规律？

n	$(a+b)^n$ 展开式的二项式系数
1	C_1^0, C_1^1
2	C_2^0, C_2^1, C_2^2
3	$C_3^0, C_3^1, C_3^2, C_3^3$
4	$C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$
5	$C_5^0, C_5^1, C_5^2, C_5^3, C_5^4, C_5^5$
6	$C_6^0, C_6^1, C_6^2, C_6^3, C_6^4, C_6^5, C_6^6$

为了方便观察，我们可计算各个组合数.

$(a+b)^n$	二项式系数
$(a+b)^1$	1 1
$(a+b)^2$	1 2 1
$(a+b)^3$	1 3 3 1
$(a+b)^4$	1 4 6 4 1
$(a+b)^5$	1 5 10 10 5 1
$(a+b)^6$	1 6 15 20 15 6 1

可以看出二项式系数具有如下性质：

(1)每一行的两端都是 1，其余的每一个数都等于它“肩上”两 个数的和，事实上，假设表中任一不为 1 的数为 C_{n+1}^r，那么它“肩上”的两个数分别为 C_n^{r-1} 和 C_n^r，由 8.2 节组合数的性质 2 可知：$C_{n+1}^r = C_n^{r-1} + C_n^r$.

(2)每一行中与首末两端“等距离”的两个二项式系数相等.事实上，这一性质可以直接由 8.2 节组合数的性质 1 得到：$C_n^m = C_n^{n-m}$.

(3)如果二项式$(a+b)^n$ 的幂指数 n 是偶数，那么它的展开式正中间一项的二项式系数最大；如果二项式$(a+b)^n$ 的幂指数 n 是奇数，那么它的展开式中间两项的二项式系数最大并且相等.

</td><td>讲解

引导提示

提示说明

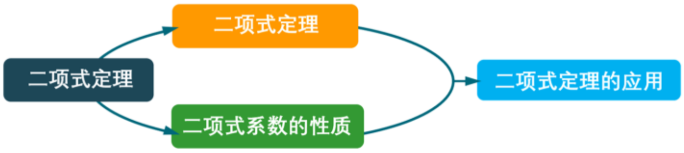
引领思考</td><td>理解

观察特征

总结规律

交流讨论</td><td>借助表格展示数据方便学生观察表格探索其中的规律 .然后变化表示形式，学生观察算术三角形，再次探索其中的规律学生可以自主计算再观察和归纳其中的规</td></tr>
</table>

	(4) $(a+b)^n$ 的展开式的各个二项式系数之和为 2^n . 根据二项式定理，取 $a=b=1$,可得 $$2^n=C_n^0+C_n^1+C_n^0+\cdots+C_n^n$$ 由此可知，在本节的“情境与问题”中，该班比赛 7 场的结果共有 $C_7^0+C_7^1+C_7^2+C_7^3+C_7^4+C_7^5+C_7^6+C_7^7=2^7=128$ (种). **探究与发现** 对于$(a+b)^n$ 展开式的二项式系数，我们还可以从函数的角度分析它们. 可将 C_n^r 看成是以 r 为自变量的函数 $f(r)$，你能画出 $n=6$ 时的函数图像吗？观察图像，二项式系数具有怎样的规律？	说明 强调	领会 要点	律 从函数的角度研究二项式系数的性质
典型 例题	**例 4** 求$(x-2y)^{10}$的展开式中二项式系数最大的项，并指出这一项的系数. **解** 由于$(x-2y)^{10}$的展开式共有 11 项，故第 6 项的二项式系数最大，这一项为 $$T_6=C_{10}^5x^{10-k}\cdot(-2y)^{5k}=252\times(-32)\cdot x^5y^5=-8064x^5y^5.$$ 此项的系数为−8064. **例 5** 求$(1+x)^7$的展开式中各二项式系数之和、奇数项的二项式系数之和以及偶数项的二项式系数之和. **解** $(1+x)^7$ 展开式的二项式系数为 $$C_7^0,\ C_7^1,\ C_7^2,\ C_7^3,\ C_7^4,\ C_7^5,\ C_7^6,\ C_7^7$$ 则二项式系数之和为 $$C_7^0+C_7^1+C_7^2+C_7^3+C_7^4+C_7^5+C_7^6+C_7^7=2^7=128.$$ 奇数项的二项式系数之和是 $$C_7^0+C_7^2+C_7^4+C_7^6=1+21+35+7=64.$$ 偶数项的二项式系数之和是 $$C_7^1+C_7^3+C_7^5+C_7^7=7+35+21+1=64.$$ **探究与发现** 观察例 5 的计算结果，你有什么发现和猜想？能否证明你的猜想？	提问 引导 讲解 强调 指导 提问 引导 讲解 强调 指导	思考 分析 解决 交流 求解 思考 分析 解决 交流 求解	例 4 体会二项式系数增加规律和最大值 例 5 引导猜想并验证奇数项和偶数项的二项式系数之和相等
巩固 练习	**练习 8.3.2** 1. 求 $\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^4$ 的展开式中二项式系数最大的项. 2. 求 $(a-b)^7$ 的展开式中系数最大的项. 3.已知$(x+\pi)^n$的展开式中第 3 项与第 5 项的二项式系数相等，求这两项. 4. 求 $(1-x)^6$ 的展开式中各二项式系数之和、奇数项的	提问 巡视	思考 动手 求解	及时掌握学生情况查漏补缺

	二项式系数之和以及偶数项的二项式系数之和.	指导	交流	
归纳总结	 	引导 提问	回忆 反思	培养学生总结学习过程能力
布置作业	**1.书面作业**：完成课后习题和《学习指导与练习》; **2.查漏补缺**：根据个人情况对课堂学习复习与回顾; **3.拓展作业**：阅读教材扩展延伸内容.	说明	记录	继续探究延伸学习