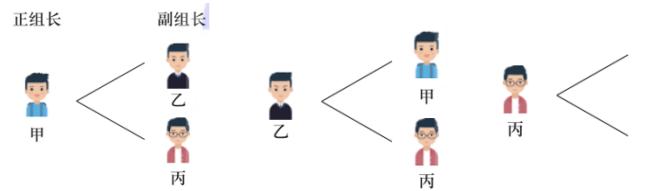
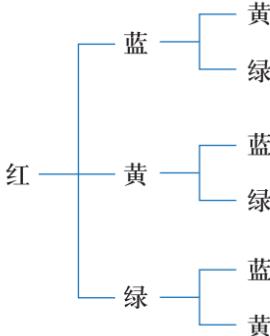


授课 题目	8.2 排列与组合	选用教材	高等教育出版社《数学》 (拓展模块一下册)					
授课 时长	8 课时	授课类型	新授课					
教学 提示	<p>本课从“从甲、乙、丙 3 名学生中选 2 名分别担任服务小组的正、副组长”这一情境引入，通过树形图分析，一一列举，再明确解决这一问题可分两个步骤完成，应用分步计数原理得出选法总数，为推导排列数公式奠定方法基础，然后将问题进行抽象再，进而推广到一般情形，从而给出排列的概念，明确排列的定义包含两个步骤；然后从“从甲、乙、丙 3 名工作人员中选 2 人入户开展活动”这一情境引出组合问题，通过从特殊到一般，从具体到抽象的探究方法概括出组合概念.最后通过几个典型的实际问题介绍排列组合应用的主要方法.</p>							
教学 目标	<p>通过实例探究，理解排列与组合的概念，并结合实际问题进行对比分析，体会排列与组合的联系与区别，培养学生的数学抽象能力.在具体的排列组合问题中，能准确选择相应公式进行计算，并掌握使用计算器计算排列数和组合数，提升信息素养； 通过经历用两个计数原理推导排列数公式、组合数公式及组合数的性质的过程，体会从特殊到一般的探究方法，培养类比学习能力；会用组合数性质进行组合数化简；会通过数学建模，解决简单的与排列组合有关的概率计算等实际问题，培养分析问题解决问题的能力；通过学习，逐步提升数学运算、逻辑推理和数据分析等核心素养.</p>							
教学 重点	排列概念和排列数公式，组合概念与组合数公式及组合数的性质.							
教学 难点	与排列组合有关的概率计算等实际应用.							
教学 环节	教学内容	教师 活动	学生 活动	设计 意图				
引入	排列与组合是两类特殊的计数问题，与概率、二项式定理等联系紧密. 它们的运用可以大大简化计数中的计算过程，为我们的生产生活和科学的研究带来便利.	引发 思考	感受 体会	引出 课题				
情境 导入	<p><b>8.2.1 排列</b></p> <p>为增强学生的社会责任感，某校组织学生参加志愿服务活动. 现计划从甲、乙、丙 3 名学生中选 2 名分别担任服务小组的正、副组长，有多少种不同的选法？</p>	提出 问题	讨论 交流	创设 情境 引发 思考				
新知 探索	<p>我们可以这样分析：</p> <p>第 1 步：从甲、乙、丙 3 人中任选 1 人担任正组长，有 3 种不同的选法；</p> <p>第 2 步：从剩余的 2 人中选取 1 人担任副组长，有 2 种不同的选法.</p> <p>根据分步计数原理，不同的选法共有</p> $3 \times 2 = 6 \text{ (种)}.$ 	讲解	理解	通过 树形 图分 析， 一一 列 举， 以此 培 养 学 生 的 有 序 思 考				
		说明 强调	领会 要点					

	<p>通常, 把被选取的对象称为元素.</p> <p>上述问题就是: 从 3 个不同的元素中任取 2 个, 按照一定的顺序排成一列, 求一共有多少种不同的排法.</p> <p>一般地, 从 <math>n</math> 个不同元素中, 任取 <math>m (m \leq n)</math> 个元素, 按照一定的顺序排成一列, 称为从 <math>n</math> 个不同元素中取出 <math>m</math> 个元素的一个排列, <math>m &lt; n</math> 时称为选排列, <math>m = n</math> 时称为全排列.</p>		
典型 例题	<p><b>例 1</b> 写出从红、蓝、黄、绿 4 种不同的颜色中任取 3 种颜色的所有排列.</p> <p><b>分析</b> 要写出从 4 种不同的颜色中任取 3 种颜色的排列, 共需 3 个步骤. 第 1 步, 从红、蓝、黄、绿 4 种颜色中任取 1 种颜色放在第 1 位, 有 4 种方法; 第 2 步, 从剩下的 3 种颜色中任取 1 种颜色放在第 2 位, 有 3 种方法; 第 3 步, 从剩下的 2 种颜色中任取 1 种颜色放在第 3 位, 有 2 种方法. 根据分步计数原理, 从红、蓝、黄、绿 4 种不同的颜色中任取 3 种颜色的所有排列方法有 <math>4 \times 3 \times 2 = 24</math> 种. 如图所示为第 1 步选红色的排列情况, 你能如图中这样列出其他的排列情况吗?</p>  <p><b>解</b> 从红、蓝、黄、绿 4 种不同的颜色中任取 3 种颜色的所有排列为:</p> <p>红蓝黄, 红蓝绿, 红黄蓝, 红黄绿, 红绿蓝, 红绿黄;    蓝红黄, 蓝红绿, 蓝黄红, 蓝黄绿, 蓝绿红, 蓝绿黄;    黄红蓝, 黄红绿, 黄蓝红, 黄蓝绿, 黄绿红, 黄绿蓝;    绿红蓝, 绿红黄, 绿蓝红, 绿蓝黄, 绿黄红, 绿黄蓝.</p>	提问 引导  讲解 强调  指导 学习	思考 分析  解决 交流  主动 求解
新知 探索	<p>很多情况下, 人们并不需要把所有的排列都写出来, 只需要知道所有排列的个数.</p> <p>一般地, 从 <math>n</math> 个不同元素中任取 <math>m (m \leq n)</math> 个元素的所有不同排列的个数, 称为从 <math>n</math> 个不同元素中取出 <math>m</math> 个元素的排列数, 用符号 <math>P_n^m</math> 表示.</p> <p>如例 1 中, 从 4 个不同的元素中取出 3 个元素的排列数可表示为 <math>P_4^3</math>, 并且 <math>P_4^3 = 24</math>.</p>	讲解  说明 强调	理解  领会 要点

情境创设	<b>探究与发现</b> 从 5 个不同的元素中取 3 个元素的排列数 $P_5^3$ 是多少? $P_5^4$ , $P_n^m$ 又各是多少呢?	提出问题	思考回答	创设问题情境																
新知探索	<p>先研究排列数 <math>P_5^3</math> 的计算方法, 假定有顺序排列的 3 个空位, 从 5 个不同元素 <math>a_1, a_2, a_3, a_4, a_5</math> 中任取 3 个元素去填空位, 1 个空位填 1 个元素, 1 种填法就得到 1 个排列; 反之, 任一个排列都确定 1 种填法. 因此, 所有不同的填法总数就是排列数. 那么, 有多少种不同的排法呢? 具体可以分三个步骤完成.</p> <table border="1" data-bbox="531 617 897 685" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">第1位</td> <td style="text-align: center;">第2位</td> <td style="text-align: center;">第3位</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5种</td> <td style="text-align: center;">4种</td> <td style="text-align: center;">3种</td> </tr> </table> <p>第 1 步: 安排第 1 个位置的元素, 可以从 5 个元素中任选 1 个元素填上, 有 5 种方法.</p> <p>第 2 步: 安排第 2 个位置的元素, 可以从剩下的 4 个元素中任选 1 个元素填上, 有 4 种方法.</p> <p>第 3 步: 安排第 3 个位置的元素, 可以从剩下的 3 个元素中任选 1 个元素填上, 有 3 种方法.</p> <p>根据分步计数原理, 得到不同的填法总数</p> $P_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60.$ <p>同理, 求排列数 <math>P_5^4</math>, 可以按依次填 4 个空位来考虑, 得到</p> $P_5^4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120.$ <p>下面研究从 <math>n</math> 个不同元素中取出 <math>m (m \leq n)</math> 个元素的排列数 <math>P_n^m</math> 的计算方法, 假定有顺序排列的 <math>m</math> 个空位, 从 <math>n</math> 个不同元素 <math>a_1, a_2, a_3, \dots, a_n</math> 中任取 <math>m</math> 个元素去填空位, 1 个空位填 1 个元素, 1 种填法就得到 1 个排列; 反之, 每 1 个排列确定 1 种填法. 因此, 所有不同的填法总数就是排列数 <math>P_n^m</math>.</p> <table border="1" data-bbox="373 1448 1040 1516" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">第1位</td> <td style="text-align: center;">第2位</td> <td style="text-align: center;">第3位</td> <td style="text-align: center;">.....</td> <td style="text-align: center;">第<math>m</math>位</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>n</math>种</td> <td style="text-align: center;"><math>(n-1)</math>种</td> <td style="text-align: center;"><math>(n-2)</math>种</td> <td style="text-align: center;">.....</td> <td style="text-align: center;"><math>[n-(m-1)]</math>种</td> </tr> </table> <p>第 1 步: 从 <math>n</math> 个元素中任取 1 个元素填在第 1 位, 共有 <math>n</math> 种方法;</p> <p>第 2 步: 从剩余的 <math>(n-1)</math> 个元素中任取 1 个元素填在第 2 位, 有 <math>(n-1)</math> 种方法;</p> <p>第 3 步: 从剩余的 <math>(n-2)</math> 个元素中任取 1 个元素填在第 3 位, 有 <math>(n-2)</math> 种方法;</p> <p>.....</p> <p>第 <math>m</math> 步: 从剩余的 <math>[n-(m-1)]</math> 个元素中任取 1 个元素填在第 <math>m</math> 位, 有 <math>[n-(m-1)]</math> 种方法;</p> <p>根据分步计数原理, 不同的填法总数为</p> $n (n-1) (n-2) \cdots [n-(m-1)].$ <p>由此可得, 从 <math>n</math> 个不同元素中任取 <math>m</math> 个元素的排列数</p>	第1位	第2位	第3位	5种	4种	3种	第1位	第2位	第3位	.....	第 $m$ 位	$n$ 种	$(n-1)$ 种	$(n-2)$ 种	.....	$[n-(m-1)]$ 种	讲解 说明强调 引领分析 引导思考	理解 领会要点 思考讨论 提升认识	引导学生观察规律, 对排列数公式产生一定的感性认识, 再引导学生对排列数公式进行猜想. 类比具体排列数的探究过程, 推导得出排列数的有关公式和相关定义
第1位	第2位	第3位																		
5种	4种	3种																		
第1位	第2位	第3位	.....	第 $m$ 位																
$n$ 种	$(n-1)$ 种	$(n-2)$ 种	.....	$[n-(m-1)]$ 种																

	$P_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1). \quad (8-3)$ <p>公式称为<b>排列数公式</b>, 其中 <math>m, n \in \mathbb{N}^*</math>, 且 <math>m \leq n</math>.      利用排列数公式, 我们就能方便地计算出从 <math>n</math> 个不同元素中任取 <math>m</math> 个元素的所有排列的个数.      当 <math>m=n</math> 时,  <math>P_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots 3 \times 2 \times 1.</math>      由 1 到 <math>n</math> 的正整数的连乘积称为 <math>n</math> 的阶乘, 记作 <math>n!</math>.      即 <math>P_n^n = n!</math></p>	讲解 强调	领会 要点	
典型 例题	<p><b>例 2</b> 计算.</p> <p>(1) 运用公式(8-3)计算 <math>P_5^2</math>, <math>P_8^5</math>, <math>P_4^4</math>;      (2) 运用计算器计算 <math>P_{15}^5</math>, <math>P_{15}^{15} \div P_{10}^{10}</math>.</p> <p>解 (1) <math>P_5^2 = 5 \times 4 = 20</math>;  <math>P_8^5 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720</math>;  <math>P_4^4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24</math>.</p> <p>(2) 利用计算器计算:</p> <p>15 <math>\boxed{\text{nPr}}</math> 5 = 360 360;      15 <math>\boxed{\text{nPr}}</math> 15 <math>\boxed{\div}</math> 10 <math>\boxed{\text{nPr}}</math> 10 = 360 360.</p> <p>因此, <math>P_{15}^5 = 360 360</math>,  <math>P_{15}^{15} \div P_{10}^{10} = 360 360</math>.</p> <p>由(2)看出,</p> $P_{15}^5 = \frac{P_{15}^{15}}{P_{10}^{10}}$ <p>即</p> $P_{15}^5 = \frac{15!}{10!}.$ <p>一般地,</p> $P_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$ $= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)(n-m)\cdots 2 \times 1}{(n-m)\cdots 2 \times 1}$ $= \frac{n!}{(n-m)!}.$ <p>因此, 排列数公式还可以写成</p> $P_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \quad (8-6)$ <p>为使公式在 <math>m=n</math> 时也, 规定 <math>0! = 1</math>.</p>	<p>提问 引导</p> <p>讲解 强调</p> <p>指导 学习</p> <p>引领 分析</p> <p>补充 说明</p>	<p>思考 分析</p> <p>解决 交流</p> <p>主动 求解</p> <p>总结 规律</p> <p>领会 要点</p>	<p>第一 问主 要目 的是 巩固 利用 排列 数公 式进 行计 算, 第二 问为 后面 公式 引出 做准 备</p> <p>通过 归纳 猜想 尝试 得出 一般 结 论, 再对 公式 进行 证明</p>

<b>温馨提示</b>	<p>公式(8-3)与公式(8-6)都是计算排列数的公式.计算排列数,通常使用公式(8-3),而进行有关排列数的证明,则通常使用公式(8-6).</p> <p><b>例 3</b> 某市中小学开展“红色研学之旅”活动,供选择的基地共有 6 个.若某中学计划从 6 个基地中选取 3 个基地参观,有多少种不同的参观路线?</p> <p><b>分析</b> 从这 6 个基地中选 3 个基地参观的路线,相当于从 6 个不同的元素中取出 3 个元素的排列.</p> <p><b>解</b> 从 6 个基地中选取 3 个基地参观,不同的参观路线共有 <math>P_6^3=6\times 5\times 4=120</math>(种).</p> <p><b>例 4</b> 某一天的课程表要安排语文、数学、英语、思想政治、体育与健康、机械基础、机械制图共 7 门课程.如果第一节课不排体育与健康,那么有多少种不同的排课方法?</p> <p><b>分析 1</b> 优先考虑体育与健康,可以分两个步骤.第 1 步,先安排体育与健康,有 <math>P_6^1</math> 种排法;第 2 步、将剩下的 6 门课程安排到剩下的 6 节课中,有 <math>P_6^6</math> 种排法.</p> <p><b>解</b> 根据分步计数原理,将 7 门课程安排进人课程表,且体育与健康不排在第一节课的排课方法共有 <math>P_6^1 \cdot P_6^6=6\times 720=4320</math>(种).</p> <p><b>分析 2</b> 优先考虑第一节课,可以分两个步骤.第 1 步,先安排第一节课,有 <math>P_6^1</math> 种选法;第 2 步,将剩下的 6 节课安排 6 门课程,有 <math>P_6^6</math> 种排法.</p> <p><b>解</b> 根据分步计数原理,将 7 门课程安排进人课程表,且体育与健康不排在第一节课的排课方法共有 <math>P_6^1 \cdot P_6^6=6\times 720=4320</math>(种).</p> <p><b>分析 3</b> 先考虑将 7 门课程安排到 7 节课中,有 <math>P_7^7</math> 种排法.再考虑第一节课安排体育与健康的排法,有 <math>P_6^6</math> 种排法.</p> <p><b>解</b> 根据分步计数原理,将 7 门课程安排进人课程表,且体育与健康不排在第一节课的排课方法共有 <math>P_7^7 - P_6^6 = 5040 - 720 = 4320</math>(种).</p>	<b>提问 引导</b>	<b>思考 分析</b>	<b>例 3 由于参观有先后之分,所以与顺序有关,是一个典型的排列问题</b>
<b>温馨提示</b>	<p>首先考虑特殊元素或特殊位置,然后再考虑一般元素或一般位置,分步骤来研究问题,是本章中经常使用的方法,我们在日常分析解决问题的过程中也应该分步骤、多角度进行思考.</p>	<b>讲解 强调</b>	<b>解决 交流</b>	<b>例 4 是一个带有限制条件的排列问题,尝试多种解决方法</b>
		<b>指导 学习</b>	<b>主动 求解</b>	

巩固练习	<p><b>练习 8.2.1</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>填空.           <ol style="list-style-type: none"> <li>若 <math>P_n^2 = 30</math>, 则 <math>n = \underline{\hspace{2cm}}</math>.</li> <li>若 <math>P_n^2 = 7P_{n-4}^2</math>, 则 <math>n = \underline{\hspace{2cm}}</math>.</li> </ol> </li> <li>利用排列数公式计算并用计算器验算结果.           <ol style="list-style-type: none"> <li><math>P_7^3</math>;</li> <li><math>P_5^5</math>;</li> <li><math>P_{10}^3 - P_9^2</math>;</li> <li><math>P_9^1 \cdot P_8^3</math>;</li> <li><math>P_n^{n-2} \div P_{n+1}^n</math>.</li> </ol> </li> <li>(1) 小明打算从 5 本不同的笔记本中选 2 本分别作为日记本和纠错本, 共有多少种选法?            (2) 小明打算从 5 种不同的笔记本中选 2 本分别作为日记本和纠错本, 共有多少种选法?</li> <li>用 0, 1, 2, 3 可以组成多少个没有重复数字的四位数?</li> </ol>	提问 巡视 指导	思考 动手求解 交流	及时掌握学生情况 查漏补缺
情境创设	<p><b>8.2.2 组合</b></p> <p>为助力文明城市创建工作, 某社区准备从甲、乙、丙 3 名工作人员中选 2 人深入住户开展文明城市宣传活动, 有多少种不同的选法?</p>	提出问题	思考回答	创设情境发现问题
新知探索	<p>选法有如下 3 种:            甲乙, 甲丙, 乙丙.</p> <p>这个问题与上一小节的“情境与问题”不同, 上一小节中不仅要从甲、乙、丙 3 人中选出 2 人, 还要明确谁担任正组长、谁担任副组长, 而此处要研究的问题只是从 3 人中选出 2 人即可, 不需要考虑他们的顺序.</p> <p>一般地, 从 <math>n</math> 个不同元素中, 任取 <math>m (m \leq n)</math> 个元素组成一组, 称为从 <math>n</math> 个不同元素中取出 <math>m</math> 个元素的一个组合.</p> <p>从 <math>n</math> 个不同元素中任取 <math>m (m \leq n)</math> 个元素的所有组合的个数, 称为从 <math>n</math> 个不同元素中取出 <math>m</math> 个元素的组合数, 用符号 <math>C_n^m</math> 表示.</p>	讲解 提示说明 说明强调	理解 交流讨论 领会要点	引导学生与 8.2.1 中情境与问题进行对比分析
典型例题	<p><b>例 5</b> 写出从红、蓝、黄、绿 4 种不同的颜色中任取 3 种不同颜色的所有组合.</p> <p><b>分析</b> 从红、蓝、黄、绿 4 种不同的颜色中任取了种颜色的组合与所取颜色的排列顺序无关.</p> <p><b>解</b> 从红、蓝、黄、绿 4 种不同的颜色中任取了种不同颜色的所有组合为            红蓝黄, 红蓝绿, 红黄绿, 蓝黄绿.</p>	提问引导 讲解强调 指导	分析 解决交流 求解	使用树形图或看作一个未被选中
情境引入	<p><b>探究与发现</b></p> <p>根据例 5 可知, <math>C_4^3 = 4</math>. 列出例 5 中 3 种颜色的所有排列与组合, 通过对比分析, 探究 <math>P_4^3</math> 与 <math>C_4^3</math> 的关系. 尝试利用所发现的结果, 找到 <math>P_n^m</math> 与 <math>C_n^m</math> 的关系.</p>	提出问题	思考回答	创设问题情境
	从红、蓝、黄、绿 4 种不同的颜色中取 3 种颜色的组合和			

<b>新知探索</b>	<p>排列, 如图所示.</p> <div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;"> <table border="0" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center; padding: 5px;">组合</th> <th style="text-align: center; padding: 5px;">排列</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px; border: 1px solid #ccc; border-radius: 5px;">红蓝黄</td> <td style="text-align: center; padding: 5px; border: 1px solid #ccc; border-radius: 5px; border: 1px solid #ccc; border-left: none;">           红蓝黄 蓝红黄 黄红蓝            红黄蓝 蓝黄红 黄蓝红         </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px; border: 1px solid #ccc; border-radius: 5px;">红蓝绿</td> <td style="text-align: center; padding: 5px; border: 1px solid #ccc; border-radius: 5px; border: 1px solid #ccc; border-left: none;">           红蓝绿 蓝红绿 绿红蓝            红绿蓝 蓝绿红 绿蓝红         </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px; border: 1px solid #ccc; border-radius: 5px;">红黄绿</td> <td style="text-align: center; padding: 5px; border: 1px solid #ccc; border-radius: 5px; border: 1px solid #ccc; border-left: none;">           红黄绿 黄红绿 绿红黄            红绿黄 黄绿红 绿黄红         </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px; border: 1px solid #ccc; border-radius: 5px;">蓝黄绿</td> <td style="text-align: center; padding: 5px; border: 1px solid #ccc; border-radius: 5px; border: 1px solid #ccc; border-left: none;">           蓝黄绿 黄蓝绿 绿蓝黄            蓝绿黄 黄绿蓝 绿黄蓝         </td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>可以看出, 对于每一个组合, 相应的都有 <math>P_3^3</math> 种不同的排列. 因此, 从 4 个不同的元素中取 3 个元素的排列数 <math>P_4^3</math>, 可以分以下两个步骤完成.</p> <p>第 1 步, 先从 4 个不同的元素中选出 3 个元素组成一组, 有 <math>C_4^3</math> 种选法;</p> <p>第 2 步, 再将取出来的这 3 个元素进行全排列, 有 <math>P_3^3</math> 种排法.</p> <p>根据分步计数原理, 得</p> $P_4^3 = C_4^3 \cdot P_3^3,$ <p>因此</p> $C_4^3 = \frac{P_4^3}{P_3^3} = \frac{24}{6} = 4.$ <p>一般地, 从 <math>n</math> 个不同元素中任取 <math>m</math> 个元素的组合数为</p> $C_n^m = \frac{P_n^m}{P_m^m} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}. \quad (8-7)$ <p>公式(8-7)称为<b>组合数公式</b>, 其中 <math>m, n \in \mathbb{N}^*</math>, 且 <math>m \leq n</math>. 由于</p> $P_n^m = \frac{n!}{(n-m)!},$ <p>因此, 组合数的公式也可以写作</p> $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}. \quad (8-8)$ <p>另外, 规定 <math>C_n^0 = 1</math>.</p> <p><b>温馨提示</b></p> <p>公式(8-7)与公式(8-8)都是计算组合数的公式. 计算组合数, 通常使用公式(8-7), 而进行有关组合数的证明, 则通常使用公式(8-8).</p>	组合	排列	红蓝黄	红蓝黄 蓝红黄 黄红蓝 红黄蓝 蓝黄红 黄蓝红	红蓝绿	红蓝绿 蓝红绿 绿红蓝 红绿蓝 蓝绿红 绿蓝红	红黄绿	红黄绿 黄红绿 绿红黄 红绿黄 黄绿红 绿黄红	蓝黄绿	蓝黄绿 黄蓝绿 绿蓝黄 蓝绿黄 黄绿蓝 绿黄蓝	<p>讲解</p> <p>理解</p> <p>组合数公式的推导过程的关键是引导学生研究组合与排列的关系, 通过探索排列数和组合数的关系从而得到组合数计算公式</p>	<p>引领分析</p> <p>交流讨论</p> <p>提示说明</p> <p>交流讨论</p> <p>说明强调</p> <p>领会要点</p>
组合	排列												
红蓝黄	红蓝黄 蓝红黄 黄红蓝 红黄蓝 蓝黄红 黄蓝红												
红蓝绿	红蓝绿 蓝红绿 绿红蓝 红绿蓝 蓝绿红 绿蓝红												
红黄绿	红黄绿 黄红绿 绿红黄 红绿黄 黄绿红 绿黄红												
蓝黄绿	蓝黄绿 黄蓝绿 绿蓝黄 蓝绿黄 黄绿蓝 绿黄蓝												
<b>例 6</b> 计算.	(1) $C_8^3$ 与 $C_8^5$ ; (2) $C_{10}^2$ 与 $C_{10}^8$ ; (3) $C_{16}^3$ 与 $C_{15}^3 + C_{15}^2$ .	<p>提问</p> <p>引导</p>	<p>思考</p> <p>分析</p> <p>旨在引导学生</p>										

典型例题	<p>解 (1) <math>C_8^3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56</math>;</p> $C_8^3 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 56;$ <p>(2) <math>C_{10}^2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45</math>;</p> $C_{10}^8 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 45;$ <p>(3) <math>C_{16}^3 = \frac{16 \times 15 \times 14}{3 \times 2 \times 1} = 560</math>;</p> $C_{15}^3 + C_{15}^2 = \frac{15 \times 14 \times 13}{3 \times 2 \times 1} + \frac{15 \times 14}{2 \times 1} = 560;$ <p>利用计算器也可以方便地计算组合数. 以计算为例, 依次输入“16nCr3”, 即得 560.</p>	讲解 强调 指导	解决 交流 求解	观察 计算 结果, 大胆 猜想 组合 数性质
情境引入	<p><b>探究与发现</b></p> <p>根据例 6 的计算结果可知, <math>C_8^3 = C_8^5</math>, <math>C_{10}^2 = C_{10}^8</math>, <math>C_{16}^3 = C_{15}^3 + C_{15}^2</math>. 你还能举出一些类似 例子么? 这些等式是否具有一般性?</p>	提出 问题	思考 回答	根据 已知 指出 研究 方向
新知探索	<p>一般地, 组合数具有如下性质:</p> <p><b>性质 1</b> <math>C_n^m = C_n^{n-m}</math> (<math>m \leq n</math>).</p> <p>证明 因为 <math>C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}</math>,</p> $C_n^{n-m} = \frac{n!}{(n-m)![n-(n-m)]!} = \frac{n!}{m!(n-m)!},$ <p>所以 <math>C_n^m = C_n^{n-m}</math>.</p> <p>性质 1 说明, 从 <math>n</math> 个不同的元素中取出 <math>m</math> 个元素的组合数就等于从 <math>n</math> 个不同的元素中取出 <math>n-m</math> 个元素的组合数.</p> <p>一般地, 当 <math>m &gt; \frac{n}{2}</math> 时, 可以利用性质 1, 通过计算 <math>C_n^{n-m}</math> 的值得到 <math>C_n^m</math> 的值, 从而简化运算.</p> <p><b>性质 2</b> <math>C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}</math> (<math>m \leq n</math>).</p> <p>证明</p> $C_n^m + C_n^{m-1} = \frac{n!}{m!(n-m)!} + \frac{n!}{(m-1)![n-(m-1)]!}$ $= \frac{n!(n-m+1) + n!m}{m!(n-m+1)!}$	讲解 引領 分析	理解 交流 讨论	验证 猜想 结论 证明 组合 恒等 式可以 从纯粹 的代数运 算进行, 也可 以通过构 建实际 背景得 出

	$  \begin{aligned}  &= \frac{(n-m+1+m)n!}{m! \ [ (n+1)-m]!} \\  &= \frac{(n+1)!}{m! \ [ (n+1)-m]!} \\  &= C_{n+1}^m.  \end{aligned}  $ <p>即 <math>C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}</math>.</p>		说明 强调	领会 要点	
典型 例题	<p><b>例 7</b> 计算 <math>C_{19}^{16} + C_{19}^{17}</math>.</p> <p>解 由性质 2, 得</p> $C_{19}^{16} + C_{19}^{17} = C_{20}^{17}.$ <p>由性质 1, 得</p> $C_{20}^{17} = C_{20}^3 = \frac{20 \times 19 \times 18}{3 \times 2 \times 1} = 1140.$ <p><b>例 8</b> 中国传统餐饮文化源远流长, 菜肴在点任中形成了“八大菜系”, 即鲁菜、川菜、粤菜、苏菜、闽菜、浙菜、湘菜、徽菜. 某学校中餐烹饪专业为传承传统美食、弘扬工匠精神, 计划举办“八大菜系”厨艺大赛.</p> <p>(1) 从 8 个菜系中选出 3 个菜系作为比赛项目, 有多少种选法?</p> <p>(2) 从 8 个菜系中选出 3 个菜系作为比赛项目, 且川菜系必选, 有多少种选法?</p> <p><b>分析</b> 从 8 个菜系中选了个菜系的选法个数, 等于从 8 个不同的元素中取 3 个元素的组合数. 如果川菜系必选, 等于从除了川菜系以外的 7 个菜系中再取 2 个菜系的组合数.</p> <p><b>解</b> (1) 从 8 个菜系中选出 3 个菜系作为比赛项目, 不同的选法有</p> $C_8^3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56 \text{ (种)}.$ <p>(2) 从 8 个菜系中选出 3 个菜系作为比赛项目, 且川菜系必选, 不同的选法有</p> $C_7^2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21 \text{ (种)}.$ <p><b>例 9</b> 有 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29 十个质数.</p> <p>(1) 从中任取两个数求它们的积, 可以得到多少个不同的数?</p> <p>(2) 从中任取两个数求它们的商, 可以得到多少个不同的数?</p> <p><b>分析</b> 在(1)中, 求得的积与选出来的两个数的顺序无关, 相当于求从 10 个不同元素中选出 2 个元素的组合数; 在(2)中, 商的结果与选出来的两个数谁是被除数、谁是除数有关, 即与顺序有关, 相当于求从 10 个不同的元素中选出 2</p>	<p>引领 分析</p> <p>提问 引导</p> <p>讲解 强调</p> <p>指导</p>	<p>尝试 解决</p> <p>思考 分析</p> <p>交流 解决</p> <p>求解</p>	<p>例 7 综合 运用 组合 数的 两个 性质</p> <p>例 8 一个 没有 限制 条件的 组合问 题, 一 个 有限 制条件, 同时 了解 饮食 文化 树立 工匠 精神</p> <p>例 9 旨在 让学 生更 好理 解组 合概 念</p>	

典型例题	<p>个元素的排列数.</p> <p>解 (1)从中任取两个数求它们的积,可以得到不同的数的个数为</p> $C_{10}^2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45(\text{个}).$ <p>(2)从中任取两个数求它们的商,可以得到不同的数的个数为</p> $P_{10}^2 = 10 \times 9 = 90 (\text{个}).$			
巩固练习	<p><b>练习 8.2.2</b></p> <p>1. 从正五边形 <math>ABCDE</math> 的 5 个顶点中任取 3 个顶点, 可以确定多少个三角形? 请你一一列举出来.</p> <p>2. 计算.</p> <p>(1) <math>C_9^6</math>; (2) <math>C_{13}^{12}</math>; (3) <math>C_{99}^{97} + C_{99}^{96}</math>; (4) <math>3C_7^5 - 2C_5^4</math>.</p> <p>3. 为提升学生综合素质, 促进学生全面发展, 某校设立了 12 个社团. 如果每位学生从中任选 2 个社团加入, 那么每位学生有多少种不同的选择方法?</p> <p>4. 在某次国际物流与供应链博览会上, 有 14 个展区的项目负责人在筹备会中交流商谈.</p> <p>(1)若他们每两人之间互赠一张名片, 则共赠出多少张名片?</p> <p>(2)若他们每两人互相握手一次, 则共握多少次手?</p> <p>5. “职业生涯规划”是某校“文明风采”活动之一, 某年级经过初选有 9 件优秀作品.</p> <p>(1) 从 9 件作品中挑选 4 件参加学校活动, 有多少种选法?</p> <p>(2) 从 9 件作品中挑选 4 件参加学校活动, 且有两件作品必选, 有多少种选法?</p>	提问 巡视 指导	思考 动手求解 交流	及时掌握学生情况查漏补缺
情境导入	<p><b>8.2.3 排列组合的应用</b></p> <p>现有 100 个三极管, 其中有 4 个次品, 质检人员从 100 个三极管中随机抽出 3 个.</p> <p>(1)抽取的 3 个三极管“全部是合格品”的不同抽取方法共有多少种?</p> <p>(2)抽取的 3 个三极管中“恰有 2 个次品”的不同抽取方法共有多少种?</p> <p>(3)抽取的 3 个三极管中“至少有 1 个次品”的不同抽取方法共有多少种?</p>	提出问题 引发思考	思考 分析回答	与前面情境相同问题不同

情境导入	<p>先求从 100 个三极管中任意抽取 3 个, 有 <math>C_{100}^3</math> 种取法, 再求从 96 个合格品中抽取 3 个合格品, 有 <math>C_{96}^3</math> 种取法, 两者作差.</p> <p><b>解</b> (1)抽取的 3 个三极管“全部是合格品”的不同方法有</p> $C_{96}^3 = \frac{96 \times 95 \times 94}{3 \times 2 \times 1} = 142\ 880 \text{ (种)}.$ <p>(2)根据分步计数原理, 抽取的 3 个三极管中“恰有 2 个次品”的不同方法有</p> $C_4^2 \cdot C_{96}^1 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 96 = 576 \text{ (种)}.$ <p>(3)抽取的 3 个三极管中“至少有 1 个次品”的不同方法有</p> $C_{100}^3 - C_{96}^3 = \frac{100 \times 99 \times 98}{3 \times 2 \times 1} - \frac{96 \times 95 \times 94}{3 \times 2 \times 1} = 18\ 820 \text{ (种)}.$	讲解 强调	解决 交流 求解	算问题, 三问均是有限制条件的组合问题, 第(3)小题用间接计算法
情境导入	<p>某技能大赛领奖典礼后, 3 名老师与 4 名获奖学生站成一排合影留念.</p> <p>(1) 共有多少种不同的排法?</p> <p>(2) 3 名老师必须站在一起, 有多少种不同排法?</p> <p>(3) 3 名老师必须互不相邻, 有多少种不同排法?</p>	提出 问题	分析 回答	创设 情境
典型 例题	<p><b>分析</b> 在以上 3 个问题中, 要“3 名老师和 4 名学生站成一排”, 就是这 7 个人进行全排列, 有 <math>P_7^7</math> 种排法: 要实现“3 名老师必须站在一起”, 可以分两步完成, 第一步将 3 名老师视为一个整体, 将其与 4 名学生进行排列, 有 <math>P_5^5</math> 种排法, 第二步对 3 名老师进行排列, 有 <math>P_3^3</math> 种排法; 要实现“3 名老师必须互不相邻”, 也需要分两步完成, 第一步将 4 名学生排列好, 有 <math>P_4^4</math> 种排法, 4 名学生之间和两端有 5 个空位, 第二步将 3 名老师安排到这些空位中去, 有 <math>P_5^3</math> 种排法.</p> <p><b>解</b> (1) 3 名老师与 4 名学生站成一排的不同排法有</p> $P_7^7 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5\ 040 \text{ (种)}.$ <p>(2)根据分步计数原理, 3 名老师必须站在一起的不用排法有</p> $P_5^5 \cdot P_3^3 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 720 \text{ (种)}.$ <p>(3)根据分步计数原理, 3 名老师必须互不相邻的不用排法有</p> $P_4^4 \cdot P_5^3 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 = 1\ 440 \text{ (种)}.$	提问 引导 讲解 强调 指导	思考 分析 解决 交流 求解	注意 渗透 分步 的思想, 有序 思考 的方法, 利用 “捆 绑” 或 “插 空”的 处理 原则, 化难 为易
情境 导入	<p>从数字 1, 2, 3, 4, 5 中任取了个, 组成无重复数字的三位数.</p> <p>(1)求这个三位数是 5 的倍数的概率;</p>	提出 问题	分析 回答	组数 字问 题是

	(2)求这个三位数是奇数的概率; (3)求这个三位数小于300的概率.			常见问题
典型例题	<p><b>分析</b> 从数字1, 2, 3, 4, 5中任取3个, 可以组成<math>P_5^3</math>个无重复数字的三位数. 若组成的这个三位数是5的倍数, 则这个数的个位只能是5, 有<math>P_4^2</math>个; 若组成的这个三位数是奇数, 则这个数的个位是1或3或5, 有<math>C_3^1 \cdot P_4^2</math>个; 若组成的这个三位数小于300, 则这个数的百位是1或2, 有<math>C_2^1 \cdot P_4^2</math>个.</p> <p><b>解</b> (1)这个三位数是5的倍数的概率为</p> $P = \frac{P_4^2}{P_5^3} = \frac{4 \times 3}{5 \times 4 \times 3} = \frac{1}{5};$ <p>(2)这个三位数是奇数的概率为</p> $P = \frac{C_3^1 P_4^2}{P_5^3} = \frac{3 \times 4 \times 3}{5 \times 4 \times 3} = \frac{3}{5};$ <p>(3)这个三位数小于300的概率为</p> $P = \frac{C_2^1 P_4^2}{P_5^3} = \frac{2 \times 4 \times 3}{5 \times 4 \times 3} = \frac{2}{5}.$	提问引导 讲解强调 指导	思考分析 解决交流 求解	利用排列组合解决概率计算的简单实际问题, 是组合与概率的综合应用
情境导入	<p>如图所示, 已知D、E、F三点分别为等边三角形ABC三边的中点, 现从A、B、C、D、E、F这6个点中任取3点.</p> <p>(1)求这3个点构成三角形的概率; (2)求这3个点构成等边三角形的概率.</p>		提出问题	引出结合几何图形解决组合与概率的综合应用问题
典型例题	<p><b>分析</b> 从以上6个点中任取3个点, 有<math>C_6^3</math>种取法. 若这3个点构成三角形, 则需从<math>C_6^3</math>种方法中去除三点共线的3种取法, 有<math>(C_6^3 - 3)</math>种方法; 这3个点可构成5个等边三角形, 即</p> $\Delta ABC, \Delta ADF, \Delta DBE, \Delta DEF, \Delta FEC.$ <p><b>解</b> (1)这3个点构成三角形的概率为</p> $P = \frac{C_6^3 - 3}{C_6^3} = \frac{20 - 3}{20} = \frac{17}{20};$ <p>(2)这3个点构成等边三角形的概率为</p> $P = \frac{5}{C_6^3} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}.$	提问引导 讲解强调 指导	思考分析 解决交流 求解	这类问题既考察逻辑思维能力又考查运算能力

巩固练习	<p><b>练习 8.2.3</b></p> <p>1. 某校有 10 名电子商务专业的优秀实习生, 其中男生 6 人, 女生 4 人. 现从中选 3 人参加某商品的网络促销活动.</p> <p>(1) 从中任意选出 3 人, 共有名少种不同选法?</p> <p>(2) 从中选出的 3 人 “全部是男生” 的选法共有多少种?</p> <p>(3) 从中选出的 3 人中 “至少有 1 人是女生” 的选法共有多少种?</p> <p>2. 将 8 只不同颜色的气球连成一串.</p> <p>(1) 其中红、黄两种颜色的气球必须连在一起, 有多少种方法?</p> <p>(2) 其中红、黄两种颜色的气球互不相邻, 有多少种方法?</p> <p>3. 从集合 <math>A=\left\{-1, \frac{1}{2}, 2, 3, 4\right\}</math> 选取一个数记为 <math>k</math>, 从集合 <math>B=\{-2, -1, 0, 1, 2\}</math> 中选取一个数记为 <math>b</math>, 求函数 <math>y=kx+b</math> 在定义域上是增函数且函数图像不过第二象限的概率.</p> <p>4. 从正四棱锥的 8 条棱中任取两条棱, 求两条棱互相平行的概率.</p>	提问 巡视 指导	思考 求解 交流	及时掌握学生情况 查漏补缺
归纳总结		引导 提问	回忆 反思	培养学生总结学习过程能力
布置作业	<p><b>1.书面作业:</b> 完成课后习题和《学习指导与练习》;</p> <p><b>2.查漏补缺:</b> 根据个人情况对课堂学习复习与回顾;</p> <p><b>3.拓展作业:</b> 阅读教材扩展延伸内容.</p>	说明	记录	继续探究延伸学习