

授课 题目	5.3 对数	选用教材	高等教育出版社《数学》 (基础模块下册)					
授课 时长	4 课时	授课类型	新授课					
教学 提示	本课通过问题引导,引入对数概念、指数式,认识指数与对数的对应关系,学习常用对数与自然对数,学习根据对数的性质和运算法则进行对数运算,介绍积、商、幂的对数和运用函数计算器求对数值的方法.							
教学 目标	通过学习对数的概念,能进行指数式与对数式之间的互化,可以利用计算器求对数的值,逐步提升数学抽象、数学运算等核心素养;学习对数的运算性质,能进行简单的积、商、幂的对数运算,逐步提升数学运算等核心素养.							
教学 重点	对数的定义,指数式与对数式的关系,对数的运算性质及应用.							
教学 难点	对数符号的理解以及积、商、幂的对数.							
教学 环节	教学内容			教师 活动	学生 活动			
情境 导入	5.3.1 对数的概念 水污染会危害人体健康,破坏生态环境.科学有效地治理水污染,才能保障国家的生态安全和人民的用水安全.水污染治理一直国家的重大工程.如果河水开始的污染程度为 1, 经过治理后, 河水污染程度 y 与治理时间(年) x 的关系为 $y=0.8^x$, 那么当污染程度为原来的 20% 时, 需要治理多长时间?			引导学生联系实际进行思考	思考			
探索 新知	容易得到,当污染程度为原来的 20% 时,有 $0.8^x=0.2$,要求治理时间就是求 x 的值,因为 x 是指数,所以问题转化为如何求指数. 在一个指数式中,知道了底数和幂,为了方便求出指数,引进对数. 一般地,若 $a^b=N(a>0$ 且 $a\neq 1)$,则称 b 为以 a 为底 N 的对数,记作 $b=\log_a N,$ 其中 a 称为对数的底数, N 称为真数. 例如,由 $2^3=8$ 可知, 3 是以 2 为底 8 的对数,记作 $3=\log_2 8$. 同样地,由 $10^{-3}=0.001$ 可知, -3 是以 10 为底 0.001 的对数,记作 $\log_{10} 0.001=-3$. “情境与问题”中的治理时间 $x=\log_{0.8} 0.2$. 可以看出,当 $a>0$ 且 $a\neq 1$, $N>0$ 时,指数式 $a^b=N$ 与对数式 $\log_a N=b$ 有如下关系:			讲解 说明	理解 记忆			
	$a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$ 由此可知,已知底数 a 和幂 N ,求指数 b ,就是求以			讲解	思考			

<p><i>a</i> 为底 <i>N</i> 的对数.</p> <p>根据对数的定义, 对数具有如下性质:</p> <p>(1) $\log_a 1 = 0$, 即 1 的对数是 0;</p> <p>(2) $\log_a a = 1$, 即底的对数是 1;</p> <p>(3) $N > 0$, 即零和负数没有对数.</p> <p>由于以 10 为底的对数运算相对简便, 应用也比较普遍, 通常把 $\log_{10} N$ 称为常用对数, 简记为 $\lg N$.</p> <p>如, $\log_{10} 2$ 简记为 $\lg 2$, $\log_{10} 9$ 简记为 $\lg 9$.</p> <p>常用对数有着广泛的应用. 在化学上, 当溶液中氢离子浓度小于 1 mol/L 时, 为使用方便, 常用氢离子浓度 $[\text{H}^+]$ 的负对数 $-\lg [\text{H}^+]$ 来表示溶液的酸碱性, 这个数值称为 pH, 即</p> $\text{pH} = -\lg [\text{H}^+].$ <p>正常人体血液的 pH 为 7.35~7.45.</p> <p>在科学的研究和工程计算中, 经常使用以无理数 $e (e=2.71828\cdots)$ 为底的对数 $\log_e N$, 并称这个对数为自然对数, 简记为 $\ln N$. 如, $\log_e 5$ 简记为 $\ln 5$.</p>		讲解 说明 介绍 介绍 和讲解 介绍	思考 理解 记忆 了解 和学习 记忆	用知识 归纳 特殊情况 引入概念 联系实际 渗透数学 应用价值 引入概念
<p>例 1 将下列指数式写成对数式.</p> <p>(1) $0.2^3 = 0.008$; (2) $4^5 = 1024$.</p> <p>解 (1) 由 $0.2^3 = 0.008$, 得 $\log_{0.2} 0.008 = 3$;</p> <p>(2) 由 $4^5 = 1024$, 得 $\log_4 1024 = 5$.</p> <p>例 2 将下列对数式写成指数式.</p> <p>(1) $\log_3 81 = 4$; (2) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16} = 2$</p> <p>解 (1) 由 $\log_3 81 = 4$, 得 $3^4 = 81$;</p> <p>(2) 由 $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16} = 2$, 得 $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$.</p> <p>温馨提示</p> <p>在实际运算对数时, 经常借助科学型计算器完成, 操作步骤为: 将计算器设置成普通计算状态, 利用 ln 键计算自然对数, 利用 lg 键计算常用对数. 利用 log 键计算一般底的对数.</p> <p>例 3 利用计算器求下列各式的值(保留到小数点后第 3 位).</p> <p>(1) $\lg 4$; (2) $\ln 8$; (3) $\log_3 7$; (4) $\log_{0.5} \frac{2}{3}$.</p> <p>分析 首先设置计算器为普通计算状态, 然后分别使用 lg 键、ln 键、log 键进行计算.</p>	提问 引导 讲解 强调	思考 分析 解决 交流	指数式与对数式的互化是必要的学习训练	

	<p>解 (1)操作步骤为:按 $\boxed{\text{lg}} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{.06020\cdots}$,显示计算结果 $0.6020\cdots$,所以 $\lg 4 \approx 0.602$;</p> <p>同样地,通过计算器可算得其他各式的值:</p> $(2) \ln 8 \approx 2.079; (3) \log_3 7 \approx 1.771; (4) \log_{0.5} \frac{2}{3} \approx 0.585.$	讲解 演示 强调	操作 解决 交流	运算 核心 素养
巩固练习	<p>练习 5.3.1</p> <ol style="list-style-type: none"> 将下列各指数式写成对数式. (1) $2^3=8$; (2) $0.5^3=0.125$; (3) $5^x=18$. 将下列各对数式写成指数式: (1) $\log_{0.1} 10 = -1$; (2) $\log_8 127 = \frac{3}{4}$; (3) $\log_5 \frac{1}{625} = -4$. 求下列对数的值: (1) $\log_3 81$; (2) $\log_{0.8} 0.8$; (3) $\lg 1$; (4) $\ln e$. 用计算器计算下列各式的值(保留到小数点后第3位). (1) $\lg 4.5$; (2) $\ln 12$; (3) $\log_3 0.89$. 	提问 巡视 指导	思考 动手 求解 交流	及时掌握 学生掌握 情况 查漏 补缺
情境导入	<p>5.3.2 积、商、幂的对数</p> <p>20世纪30年代,美国加州理工学院的地震学家里克特和古登堡提出了一种地震震级标度,以发生地震时产生的水平位移作为标准,即目前国际通用的里氏震级.里氏震级的计算公式为 $M = \lg A - \lg A_0$, 其中 A 表示地震的最大振幅, A_0 表示“标准地震”的振幅.里氏震级的计算公式涉及对数运算的哪些运算法则.</p>	引导 学生 联系 实际 进行 思考	思考 分析 回答	创设 情境 增加 学生 知识 视野
探索新知	<p>设 $M > 0, N > 0, a > 0$ 且 $a \neq 1, \log_a M = p, \log_a N = q$, 根据对数式和指数式的关系有</p> $a^p = M, \quad a^q = N.$ <p>因为</p> $MN = a^p \cdot a^q = a^{p+q},$ <p>所以,其对数式为</p> $\log_a(M \cdot N) = p + q = \log_a M + \log_a N.$ <p>又因为</p> $\frac{M}{N} = \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q},$ <p>所以,其对数式为</p> $\log_a \frac{M}{N} = p - q = \log_a M - \log_a N.$ <p>同理,因为</p> $M^n = (a^p)^n = a^{pn} (n \text{ 为任意实数}),$ <p>所以</p> $\log_a M^n = np = n \log_a M.$ <p>综上,对数运算有如下运算法则:</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$; $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$; $\log_a M^n = n \log_a M$. 	讲解 说明 讲解 说明	理解 记忆 理解	类比 指数 运算法则 对照 记忆, 其次 强化 法则 使用的 条件

	其中, $M>0, N>0, a>0$ 且 $a\neq 1, n$ 为任意实数.			
例题辨析	<p>例 4 用 $\lg x, \lg y, \lg z$ 表示下列各式.</p> $(1) \lg x^2 y; \quad (2) \lg \frac{x}{yz}; \quad (3) \lg x + \lg \left(\frac{y}{x}\right)^3.$ <p>解 (1) $\lg x^2 y = \lg x^2 + \lg y = 2 \lg x + \lg y;$ $(2) \lg \frac{x}{yz} = \lg x - \lg(yz) = \lg x - (\lg y + \lg z)$ $= \lg x - \lg y - \lg z;$ $(3) \lg x + \lg \left(\frac{y}{x}\right)^3 = \lg x + 3 \lg \frac{y}{x}$ $= \lg x + 3(\lg y - \lg x) = 3 \lg y - 2 \lg x.$</p> <p>探究与发现 如何将 $\log_3 5$ 分别用常用对数和自然对数表示?</p>	提问 引导 讲解 强调	思考 分析 解决 交流	巩固对数运算法则, 强化知识发生过程
巩固练习	<p>练习 5.3.2</p> <p>1. 用 $\lg x, \lg y, \lg z$ 表示下列各式.</p> $(1) \lg \sqrt[3]{x}; \quad (2) \lg(xy) + \lg z; \quad (3) \lg \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{z}}.$ <p>2. 计算下列各式的值.</p> $(1) \log_2(4^7 \times 2^5); \quad (2) \ln e^2.$ <p>3. 设 $a = \ln 2, b = \ln 3$, 试用 a, b 表示 $\ln \sqrt{108}$.</p>	提问 巡视 指导	思考 动手求解 交流	及时掌握学生掌握情况查漏补缺
归纳总结		引导 提问	回忆 反思	培养学生总结学习过程能力
布置作业	<p>1. 书面作业: 完成课后习题和学习与训练; 2. 查漏补缺: 根据个人情况对课题学习复习与回顾; 3. 拓展作业: 阅读教材扩展延伸内容.</p>	说明	记录	继续探究延伸学习