授课题目	5.1 实数指数幂	**选用教材**	高等教育出版社《数学》 （基础模块下册）
授课时长	2 课时	**授课类型**	新授课
教学提示	本课通过复习学生学过的正整数指数幂，了解指数从正整数到有理数再到实数的拓展过程，体会到指数的推广过程，并学习进行简单的实数指数幂的运算的一般方法.		
教学目标	通过学习 n 次根式的概念和分数指数幂的定义，能运用实数指数幂的运算法则正确进行实数指数幂的运算以及根式与分数指数幂之间的转化，会利用计算器求根式和分数指数幂的值，逐步提升数学运算和逻辑推理等核心素养.		
教学重点	实数指数幂的运算法则.		
教学难点	分数指数幂概念.		

教学环节	**教学内容**	**教师活动**	**学生活动**	**设计意图**
情境导入	**5.1.1 有理数指数幂** 放射性元素在衰变过程中,其放射性核的数目衰变到原来的一半所需的时间称为放射性元素的半衰期. 现实工作中常常利用放射性元素的半衰期的特性进行科学测算.某种元素同一个样本内有 N 个原子,半衰期是 10 天,10 天之后还有 $\frac{1}{2}N$ 个原子没有衰变,20 天之后,还有 $\frac{1}{4}N$ 个原子没有衰变,没有衰变的原子数就可以用 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times N$ 表示,以此类推,设衰变次数为 n 次,那么没有衰边的原子数如何表示? 根据衰变规律,容易推出,没有衰变的原子数为 $\underbrace{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\cdots\cdots\times\frac{1}{2}}_{n个}\times N$.	引导学生联系实际进行思考 启发 引导	回忆 思考 分析	以实际例子创设情境,引发学生思考拓宽学生知识面.
探索新知	我们已学习过, n 个相同因子 a 的连乘积记作 a^n,称为 a 的 n **次幂**,其中 a 称为幂的**底数**,简称**底**,n 称为幂的**指数**. 即 $$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n个}，（n\in\mathbf{N}^*）$$ 规定当 $a\neq 0$ 时, $$a^0=1，a^{-n}=\frac{1}{a^n}=\left(\frac{1}{a}\right)^n.$$ 一般地,如果数 b 的 n 次方等于 a,即 $b^n=a(n\in\mathbf{N}^*,n>1)$,那么称数 b 为 a 的 n 次**方根.** 当 n 为偶数时,正实数 a 的 n 次方根有两个,分别用 $-\sqrt[n]{a}$ 和 $\sqrt[n]{a}$ 表示,其中 $\sqrt[n]{a}$ 称为 a 的 n **次算术根**,负实数 a 的偶数次方根没有意义.	讲解 说明	理解 记忆	归纳概念突出并强调规范表述. n 次根式为指数概

	当 n 为奇数时,实数 a 的 n 次方根只有一个,用 $\sqrt[n]{a}$ 表示. 0 的 n 次方根为 0. 形如 $\sqrt[n]{a}$ ($n\in\mathbf{N}^*,n>1$)的式子称为 a 的 n 次根式,其中 n 称为**根指数**, a 称为**被开方数**. 如果指数是最简分数，我们规定: 当指数为正分数 $\frac{m}{n}$ ($m,n\in\mathbf{N}^*,n>1$)时, $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$. 当指数为负分数 $-\frac{m}{n}$（$m,\ n\in\mathbf{N}^*,n>1$）且 $a\neq 0$ 时, $a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$. 当 n 为偶数时,a 的取值应使 $\sqrt[n]{a^m}$ 或 $\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$ 有意义. 这样,就把整数指数幂推广到了有理数指数幂. 可以证明,当 $a>0,b>0$ 且 $p,q\in\mathbf{Q}$ 时,有理数指数幂有以下运算法则: (1) $a^p\cdot a^q=a^{p+q}$; (2) $\left(a^p\right)^q=a^{pq}$; (3) $\left(ab\right)^p=a^p\cdot b^p$.	讲解 说明	思考 理解	念的推广所做的必要准备 对指数情况进行分类讨论
例题辨析	**例 1** 将下列各分数指数幂写成根式的形式. (1) $a^{\frac{2}{5}}$；(2) $a^{-\frac{3}{2}}$ ($a>0$). **解** (1) $a^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{a^2}$; (2) $a^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{\sqrt{a^3}}$. **例 2** 将下列各根式写成分数指数幂的形式. (1) $\sqrt[4]{8^3}$; (2) $\frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$ ($a\neq 0$). **解** (1) $\sqrt[4]{8^3}=8^{\frac{3}{4}}$; (2) $\frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}=a^{-\frac{3}{5}}$. 幂运算可以用科学型计算器来完成,操作步骤为普通计算状态→输入底→按 $\boxed{x^y}$→输入指数→按 $\boxed{=}$ 显示计算结果. **例 3** 利用计算器求下列各式的值(保留到小数点后第 3 位). (1) $4^{\frac{3}{5}}$；(2) $6^{-\frac{3}{4}}$；(3) $\frac{1}{\sqrt[5]{1.37^4}}$. **解** (1)的操作步骤为:按 $\boxed{C}\to\boxed{4}\to\boxed{x^y}\to\boxed{(}\to\boxed{3}\to\boxed{/}\to\boxed{5}\to\boxed{)}\to\boxed{=}$,	提问 引导 讲解 强调 提问 展示	思考 分析 解决 交流 思考 操作	巩固分数指数幂与根式互相转化的基本表达,提升数学运算核心素养 结合计算工具提升数学运算核心

<table>
<tr>
<td></td>
<td>显示计算结果 $\boxed{2.2973\cdots}$,
所以 $4^{\frac{3}{5}}\approx 2.297$;
(2) 操作步骤为:按 $\boxed{6}\to\boxed{x^y}\to\boxed{(}\to\boxed{-}\to\boxed{3}\to\boxed{\div}\to\boxed{4}\to\boxed{)}\to\boxed{=}$,显示计算结果 $\boxed{0.2608\cdots}$,
所以 $6^{-\frac{3}{4}}\approx 0.261$;
(3)将 $\dfrac{1}{\sqrt[5]{1.37^4}}$ 化为 $1.37^{-\frac{4}{5}}$,再指数运算,操作步骤为:
按 $\boxed{1}\to\boxed{.}\to\boxed{3}\to\boxed{7}\to\boxed{x^y}\to\boxed{(}\to\boxed{-}\to\boxed{4}\to\boxed{\div}\to\boxed{5}\to\boxed{)}\to\boxed{=}$,
显示计算结果 $\boxed{0.7773\cdots}$,
所以 $\dfrac{1}{\sqrt[5]{1.37^4}}\approx 0.777$.
温馨提示
0 的正分数指数幂等于 0,0 的负分数指数幂没有意义.</td>
<td></td>
<td></td>
<td>素养</td>
</tr>
<tr>
<td>巩固练习</td>
<td>练习 5.1.1
1. 将下列各分数指数幂写成根式的形式(其中 $a>0$).
(1) $5^{\frac{3}{4}}$; (2) $\left(\dfrac{1}{8}\right)^{\frac{1}{6}}$; (3) $a^{-\frac{3}{7}}$; (4) $(-a)^{-\frac{2}{3}}$.
2. 将下列各根式写成分数指数幂的形式.
(1) $\sqrt[4]{10}$; (2) $\sqrt{\dfrac{7}{2}}$; (3) $\sqrt[4]{5.6^5}$; (4) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{a^4}}$.
3. 利用计算器求下列各式的值(保留到小数点后第 3 位).
(1) $3^{\frac{3}{4}}$; (2) $6^{-\frac{2}{5}}$; (3) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{2.5^3}}$.</td>
<td>提问

巡视

指导</td>
<td>思考

动手求解

交流</td>
<td>通过练习及时掌握学生的知识掌握情况,查漏补缺</td>
</tr>
<tr>
<td>新知探索</td>
<td>5.1.2 实数指数幂
在实数范围内,我们学习了有理数指数幂的运算,可以证明,当幂的指数为无理数时,无理数指数幂 $a^{\alpha}(a>0,\alpha$ 是无理数)是一个确定的实数.有理数指数幂的运算法则同样适用于无理数指数幂.
这样我们就将幂指数推广到了全体实数.
可以证明,当 $a>0,b>0$ 且 $\alpha,\beta\in\mathbf{R}$ 时,实数指数幂有以下运算法则:
(1) $a^{\alpha}\cdot a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}$;
(2) $\left(a^{\alpha}\right)^{\beta}=a^{\alpha\beta}$;
(3) $(ab)^{\alpha}=a^{\alpha}\cdot b^{\alpha}$.</td>
<td>讲解

说明</td>
<td>理解

记忆</td>
<td>有原有知识出发对幂指数进行推广,易于学生接受</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2">例题辨析</td>
<td>

例 4 计算下列各式的值.

(1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$；　(2) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}\times\sqrt[4]{\frac{5}{3}}\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-\frac{5}{12}}$；(3) $0.064^{\frac{2}{3}}$.

解 (1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}}=(2^{-4})^{\frac{1}{4}}=2^{(-4)\times\frac{1}{4}}=2^{-1}=\frac{1}{2}$；

(2) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}\times\sqrt[4]{\frac{5}{3}}\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-\frac{5}{12}}=\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}\times\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{4}}\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-\frac{5}{12}}$

$=\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-\frac{1}{4}}\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-\frac{5}{12}}$

$=\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}-\frac{5}{12}}=\left(\frac{3}{5}\right)^{0}=1$;

(3) $0.064^{\frac{2}{3}}=\left(0.4^{3}\right)^{\frac{2}{3}}=0.4^{3\times\frac{2}{3}}=0.4^{2}=0.16$.

</td>
<td>提问
引导
讲解
强调</td>
<td>思考
分析
解决
交流</td>
<td>巩固基本运算法则，提升数学运算核心素养</td>
</tr>
<tr>
<td>

例 5 化简下列各式($a>0,b>0$).

(1) $(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})$；　(2) $\sqrt[3]{a^{-3}b^{2}}\div\sqrt[3]{a^{2}}\div\sqrt[4]{b^{3}}$；

(3) $\frac{(2a^{3}b^{2})^{3}}{(5a^{2}b)^{2}}$.

分析 先把根式化成分数指数幂,然后再进行化简与计算.

解 (1) $(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})=(a^{\frac{1}{3}})^{2}-(b^{\frac{1}{3}})^{2}=a^{\frac{1}{3}\times2}-b^{\frac{1}{3}\times2}$

$=a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}$；

(2) 由于 $\sqrt[3]{a^{-3}b^{2}}=\left(a^{-3}b^{2}\right)^{\frac{1}{3}}=a^{-1}b^{\frac{2}{3}}$, $\sqrt[3]{a^{2}}=a^{\frac{2}{3}}$, $\sqrt[4]{b^{3}}=b^{\frac{3}{4}}$,

所以 $\sqrt[3]{a^{-3}b^{2}}\div\sqrt[3]{a^{2}}\div\sqrt[4]{b^{3}}=a^{-1}b^{\frac{2}{3}}\div a^{\frac{2}{3}}\div b^{\frac{3}{4}}$

$=a^{-1}b^{\frac{2}{3}}a^{-\frac{2}{3}}b^{-\frac{3}{4}}$

$=a^{-1-\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}-\frac{3}{4}}$

$=a^{-\frac{5}{3}}b^{-\frac{1}{12}}$;

(3) $\frac{(2a^{3}b^{2})^{3}}{(5a^{2}b)^{2}}=\frac{2^{3}\cdot a^{3\times3}\cdot b^{2\times3}}{5^{2}\cdot a^{2\times2}\cdot b^{2}}$

$=\frac{8}{25}\cdot a^{3\times3-2\times2}\cdot b^{2\times3-2}$

$=\frac{8}{25}a^{5}b^{4}$.

</td>
<td>提问
引导
讲解
强调</td>
<td>思考
分析
解决
交流</td>
<td>底为字母的情况要将分母及根式都写成分数指数幂，按照运算顺序进行运算是有理数指数幂运算特别需要注意的</td>
</tr>
</table>

	例 6 利用计算器求下列各式的值(保留到小数点后第 3 位). (1) $0.3^{2.1}$;　(2) $3.1^{\frac{3}{4}}$；　(3) $5^{\sqrt{2}}$；(4) $4^{-\sqrt{3}}$. **解**　(1)操作步骤为：按 $\boxed{0}\to\boxed{.}\to\boxed{3}\to\boxed{x^y}\to\boxed{2}\to\boxed{.}\to\boxed{1}\to\boxed{=}$， 屏幕计算结果 $\boxed{0.0797\ldots}$, 所以 $0.3^{2.1}\approx 0.080$; (2)操作步骤为: 按 $\boxed{3}\to\boxed{.}\to\boxed{1}\to\boxed{x^y}\to\boxed{(}\to\boxed{3}\to\boxed{\div}\to\boxed{4}\to\boxed{)}\to\boxed{=}$, 显示计算结果 $\boxed{2.3362\ldots}$, 所以 $3.1^{\frac{3}{4}}\approx 2.336$; (3)操作步骤为：按 $\boxed{5}\to\boxed{x^y}\to\boxed{\sqrt{\ }}\to\boxed{2}\to\boxed{=}$, 显示计算结果：$\boxed{9.7385\ldots}$, 所以 $5^{\sqrt{2}}\approx 9.739$; (4)操作步骤为：按 $\boxed{4}\to\boxed{x^y}\to\boxed{(}\to\boxed{-}\to\boxed{\sqrt{\ }}\to\boxed{3}\to\boxed{)}\to\boxed{=}$, 显示计算结果：$\boxed{0.0906\cdots}$, 所以 $4^{-\sqrt{3}}\approx 0.091$.	引领 展示	操作 计算	结合计算工具提升数学运算核心素养
巩固练习	**练习 5.1.2** 1.用分数指数幂表示下列各式 $(a>0)$. (1) $a^2\sqrt{a}$；　(2) $\dfrac{a}{\sqrt[5]{a^3}}$. 2.计算下列各式的值. (1) $(\sqrt[3]{25}\times\sqrt{125})\div\sqrt[4]{5}$；　(2) $\sqrt[3]{3}\times\sqrt[4]{3}\times\sqrt[4]{27}$. 3.化简下列各式$(a>0, b>0)$. (1) $a^{\frac{1}{3}}a^{-\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{2}}a^0$；　(2) $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})^3(3a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{5}{3}})^2$. 4.利用计算器计算下列幂的值（保留到小数点后第 3 位）. (1) 3.13^{-3}；(2) $3.2^{\sqrt{7}}$.	提问 巡视 指导	思考 动手求解 交流	通过练习及时掌握学生的知识掌握情况，查漏补缺
归纳总结	正整数指数幂 — 整数指数幂 — 有理数指数幂 — 实数指数幂	引导 提问	回忆 反思	培养学生总结学习过程能力
布置作业	1.书面作业：完成课后习题和学习与训练; 2.查漏补缺：根据个人情况对课题学习复习与回顾; 3.拓展作业：阅读教材扩展延伸内容.	说明	记录	继续探究延伸

				学习